

Interferenza e diffrazione

La radiazione elettromagnetica proveniente da diverse sorgenti si sovrappongono in ogni punto combinando l'intensità' —> INTERFERENZA

Quando la radiazione elettromagnetica passa attraverso una fenditura stretta, l'onda interferisce con se stessa producendo frange di interferenza su uno schermo messo dietro —> DIFFRAZIONE

Si possono usare le frange di interferenza per studiare la struttura atomica di molecole (es. Watson& Crick, Perutz)

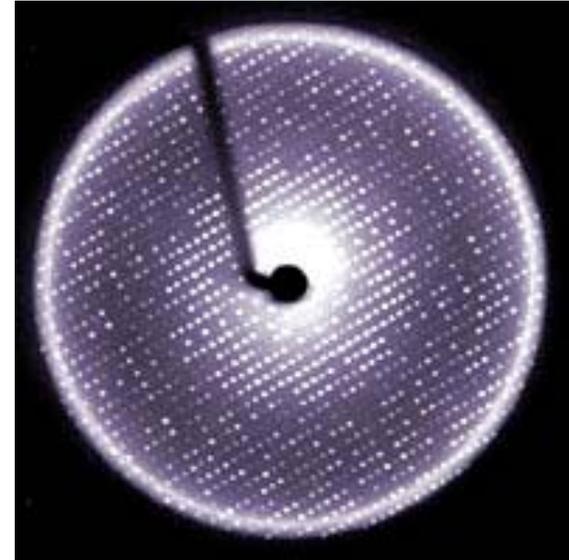
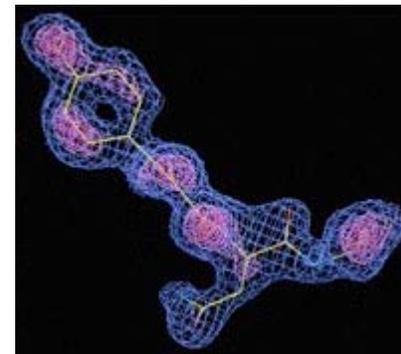


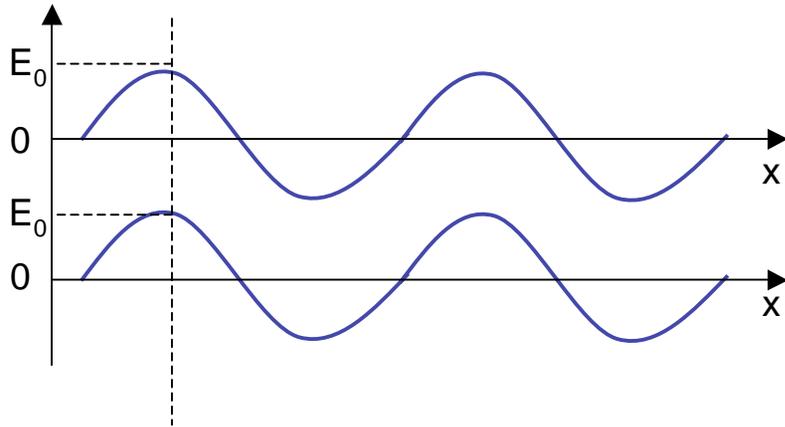
Immagine di diffrazione a raggi x



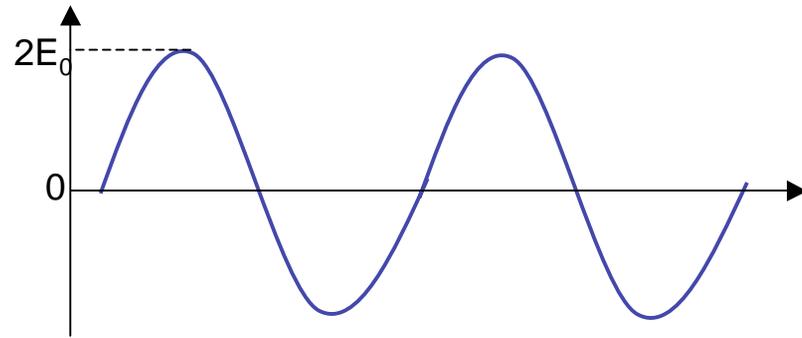
Struttura molecolare

$$E = \sin(kx - \omega t) = \sin(2\pi x / \lambda - \omega t)$$

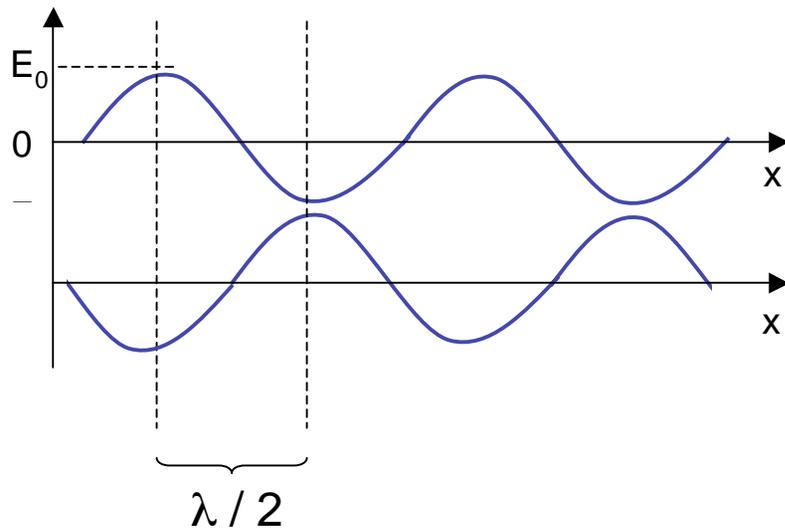
Onde in fase



interferenza costruttiva



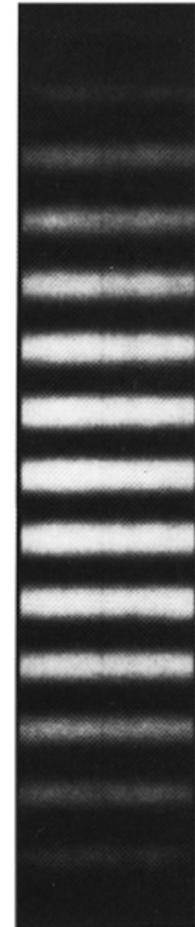
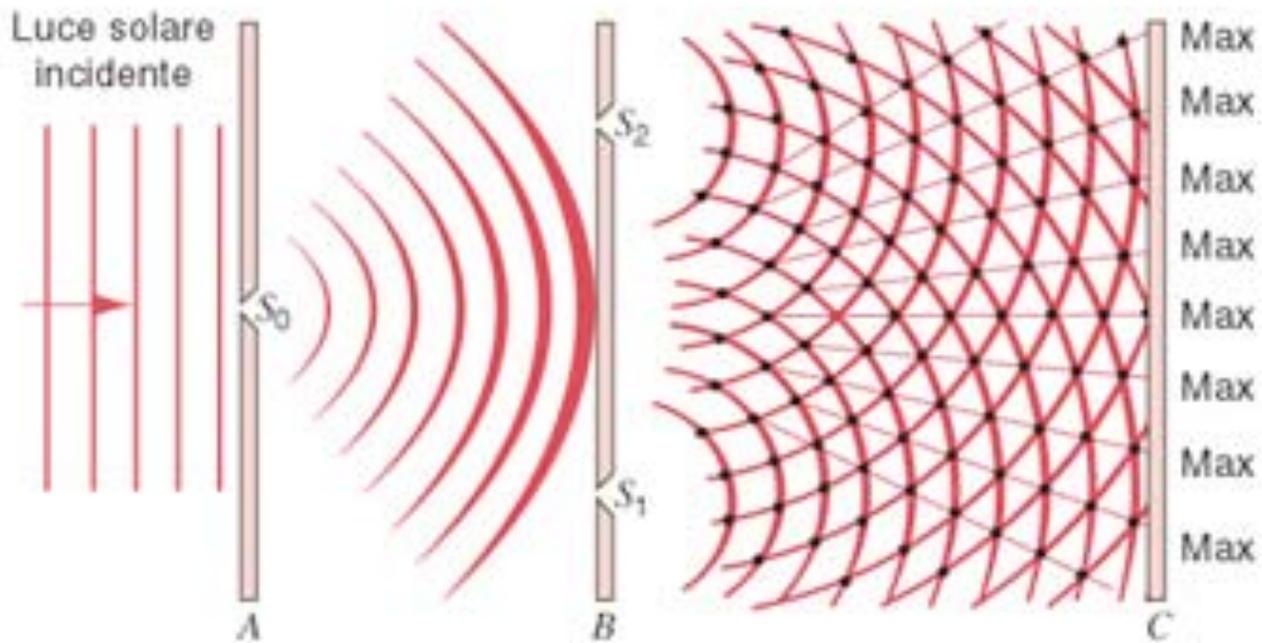
Onde sfasate di $\lambda / 2$



interferenza distruttiva



Esperimento di Young



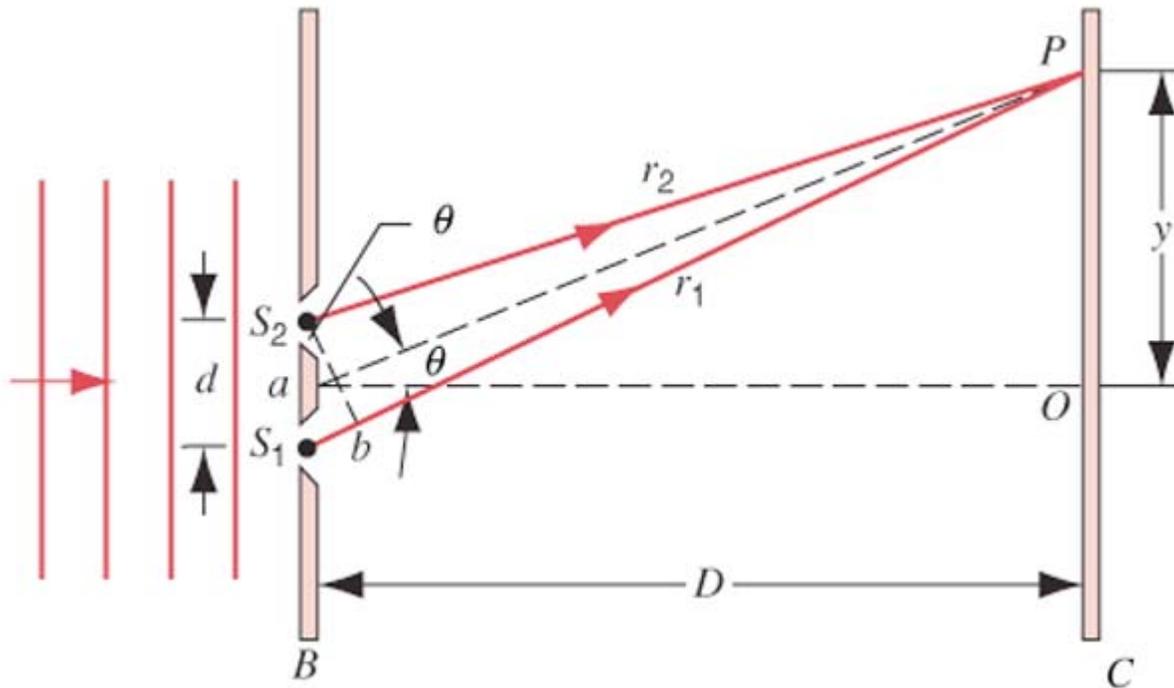
Frange di interferenza

La prima fenditura serve per rendere le onde in S_1 e S_2 in fase tra loro.

Luce coerente (LASER) = la differenza di fase non varia nel tempo.

Calcolo della posizione delle frange

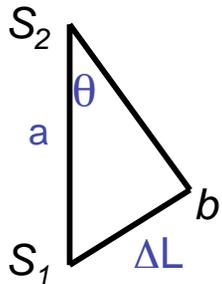
L'onda che passa per S_1 deve compiere un percorso più lungo per raggiungere P → si sfasano
 Se $D \gg a$ i raggi r_1 e r_2 sono approssimativamente paralleli (e formano un angolo θ con la normale allo schermo)
 ed il triangolo S_1S_2b e' approssimativamente rettangolo.



In generale:

$$I = I_0 \cos^2 \beta$$

$$\beta \equiv \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



$$\Delta L = a \sin \theta$$

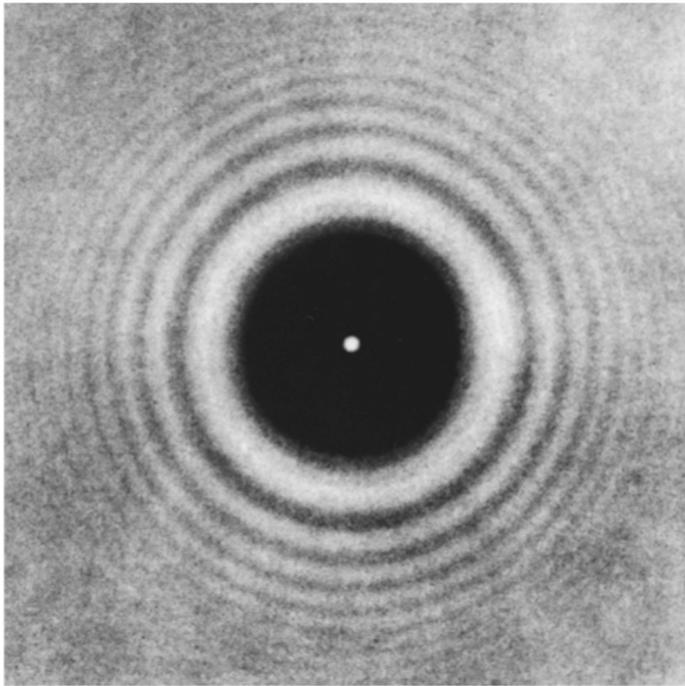
Se ΔL e' un multiplo di λ si ha interferenza costruttiva → frange chiare

$$a \sin \theta = m \lambda \quad \text{con } m = 0, 1, 2, \dots$$

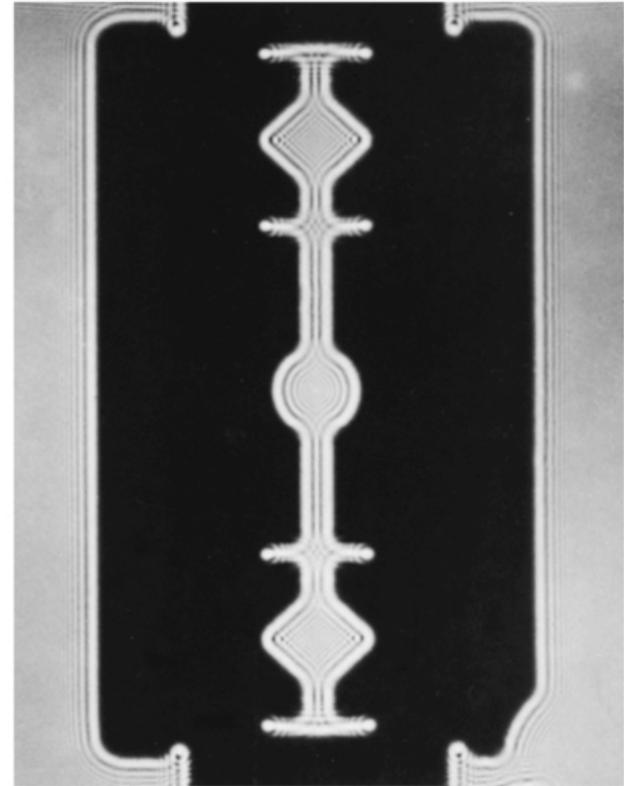
Se invece $a \sin \theta = (m + 1/2) \lambda$ si ha interferenza distruttiva → frange scure

Diffrazione

L'interferenza di un'onda con se stessa dopo un ostacolo provoca massimi e minimi di intensità come nel caso della doppia fenditura.



Diffrazione da foro circolare

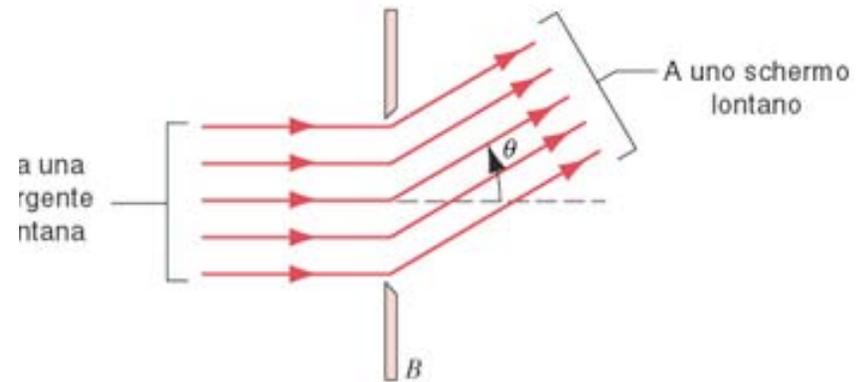


Lametta da barba illuminata
con luce monocromatica

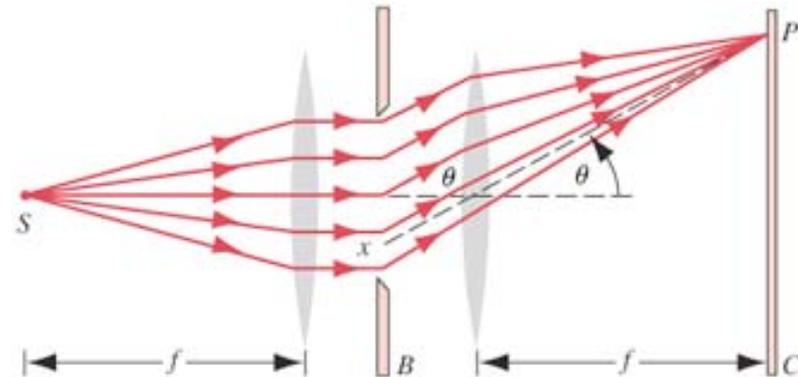
Diffrazione da fenditura

Esperimenti "classici":

a) Diffrazione di Fraunhofer:
sia la sorgente che lo schermo
sono a distanza infinita,
quindi i fronti d'onda sono
piani ovunque.



si realizza sperimentalmente
con due lenti



b) Diffrazione di Fresnel
sia la sorgente che lo schermo
sono a distanza finita.

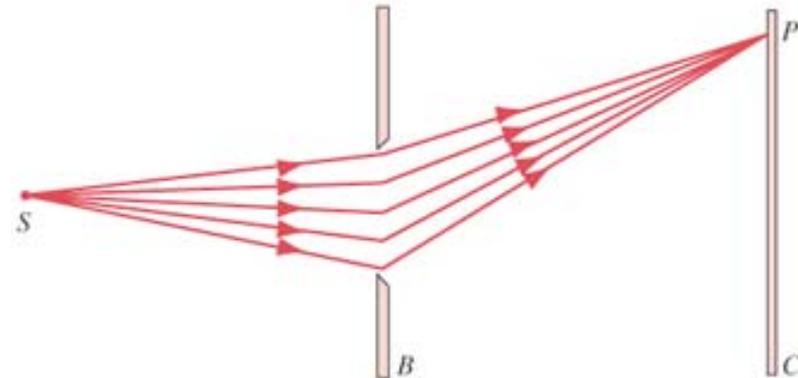
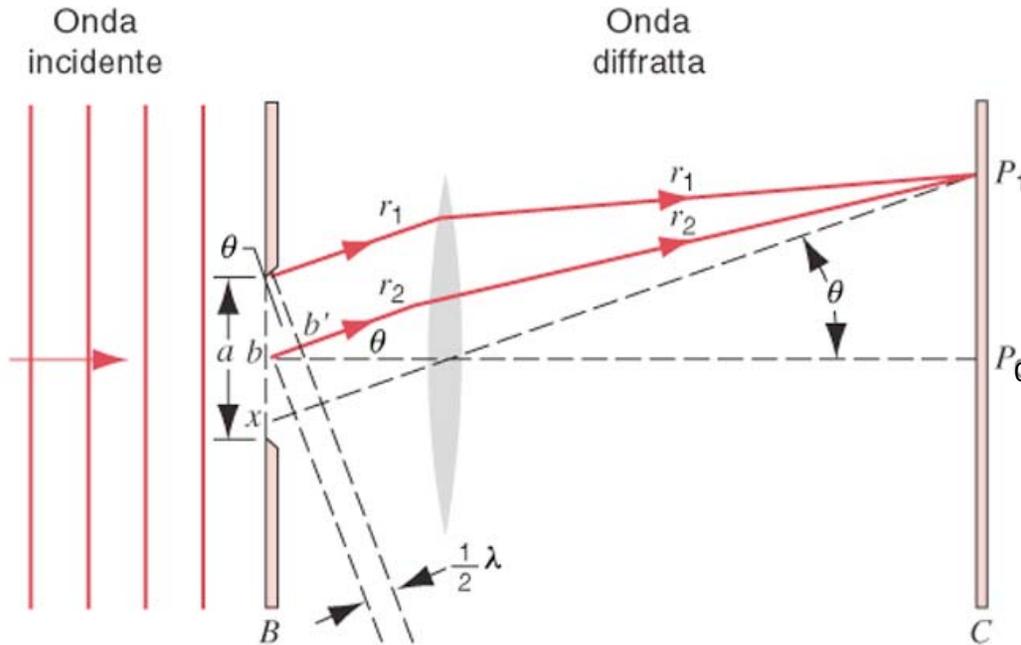


Figure di
diffrazione



Diffrazione di Fraunhofer



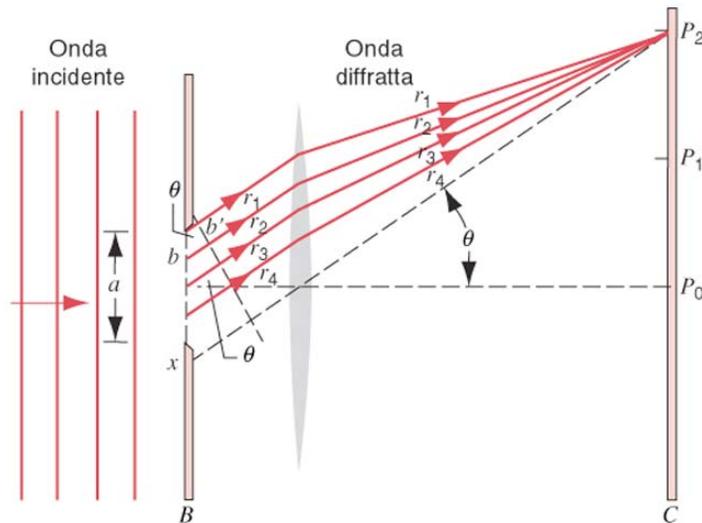
Se lo schermo e' lontano r_1 e r_2 sono approssimativamente paralleli

Nel punto P_0 tutte le onde sono in fase e quindi fanno interferenza costruttiva.

Nel punto P_1 i raggi r_1 e r_2 fanno interferenza distruttiva se

$$a/2 \sin \theta = \lambda/2$$

Lo stesso vale per ogni coppia di raggi r'_1 e r'_2 presi sotto r_1 e r_2 rispettivamente.



Lo stesso ragionamento si puo' fare dividendo la fenditura in quattro segmenti di lunghezza $a/4$ e considerando i raggi a due a due. I minimi di intensita' soddisfano

$$a/4 \sin \theta = \lambda/2$$

In generale, soddisfano

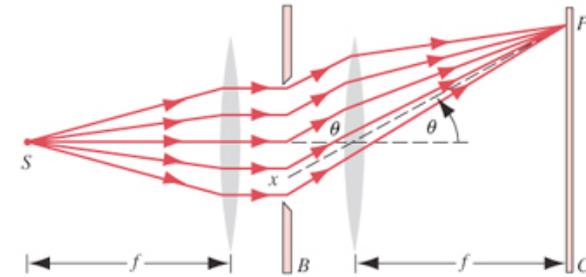
$$a \sin \theta = m \lambda \quad \text{con } m=1,2,3,\dots$$

Piu' in generale, com'e' fatta l'intensita' dell'onda sullo schermo in funzione di θ ?

Il campo elettrico dell'onda e'

$$E = \sin (k x - \omega t) = \sin (2 \pi x / \lambda - \omega t)$$

Se dividiamo ancora la fenditura in N segmenti di lunghezza Δx , l'onda che arriva in un punto P caratterizzato da un angolo θ dipendera' dalle fasi delle diverse onde (cioe' se l'interferenza e' costruttiva o distruttiva).



La differenza di fase tra due onde adiacenti e'

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\text{differenza di cammino})$$

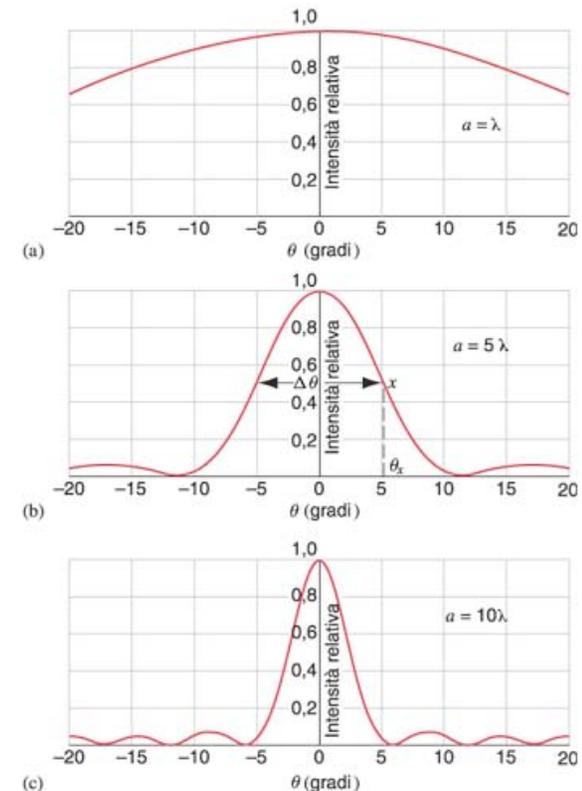
e la differenza di cammino e' $\Delta x \sin \theta$.

Se $\theta=0$ allora $\Delta\phi=0$ e tutte le onde sono in fase, quindi si ha sempre interferenza costruttiva e l'intensita' risultante ($I = E^2$) ha un massimo (caso (a)).

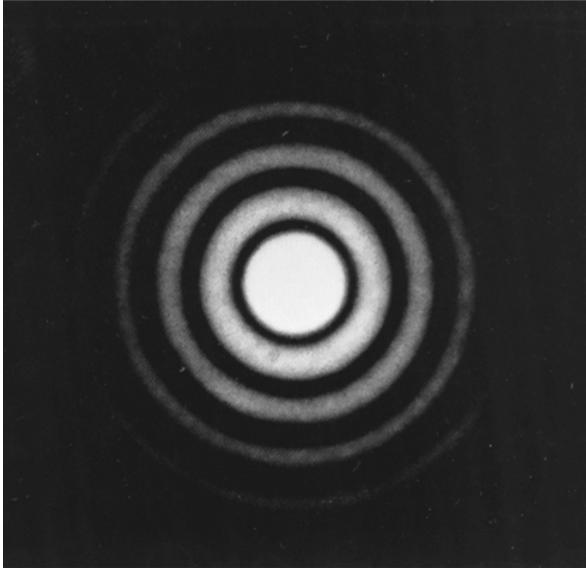
Aumentando θ le onde si sfasano e l'intensita' decresce.

In generale, $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$, dove

$$\alpha \equiv \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$



Diffrazione attraverso foro circolare



I minimi di intensita' soddisfano

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

dove d e' il diametro del foro. Da notare il fattore 1.22 che differenzia il foro circolare dalla fenditura. Ogni forma dell'ostacolo produce un fattore diverso.

Le figure di diffrazione generate dalle lenti possono impedire di distinguere oggetti vicini

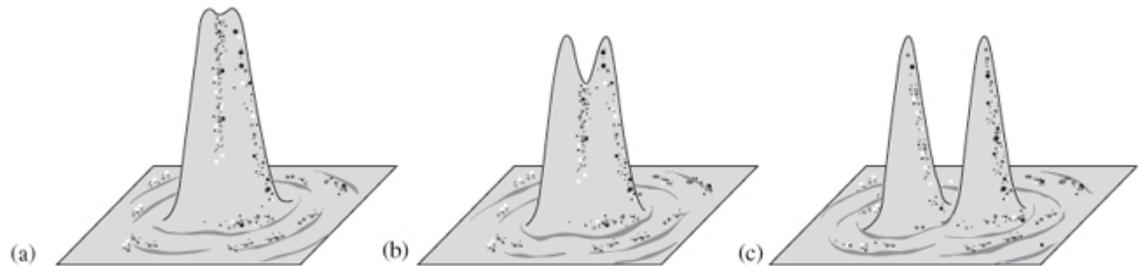
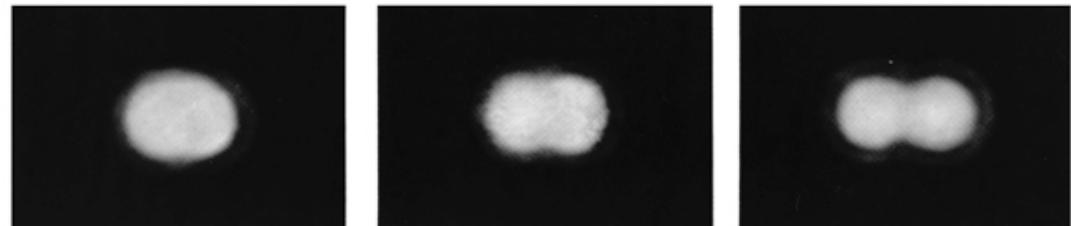
→ POTERE RISOLVENTE

$$\theta_R = \arcsin \frac{1.22\lambda}{d} \approx \frac{1.22\lambda}{d}$$

e' l'angolo minimo che separa due oggetti risolvibili.

(il microscopio a luce UV e' meglio!)

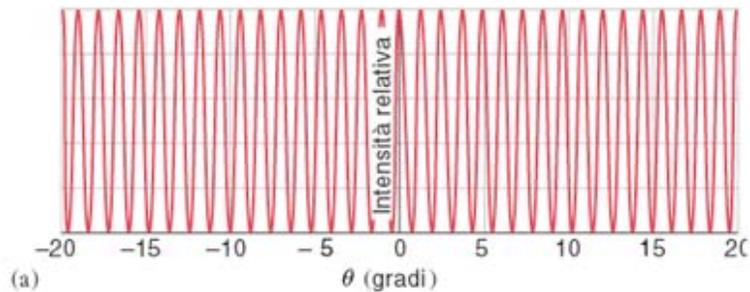
Una lente puo' essere considerata un foro circolare (produce diffrazione)



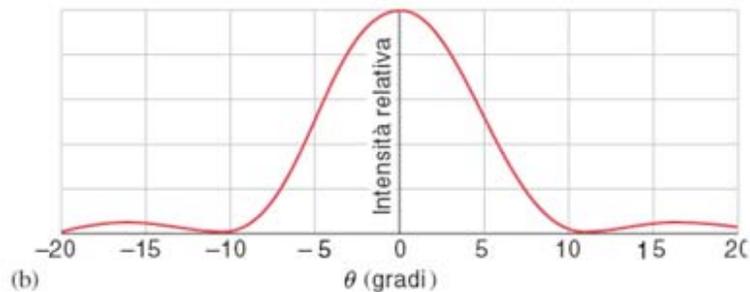
Diffrazione da doppia fenditura

(Nell'esperimento dell'interferenza da doppia fenditura avevamo assunto che la fenditura fosse stretta ($a \ll \lambda$), quindi il massimo copriva tutto lo schermo)

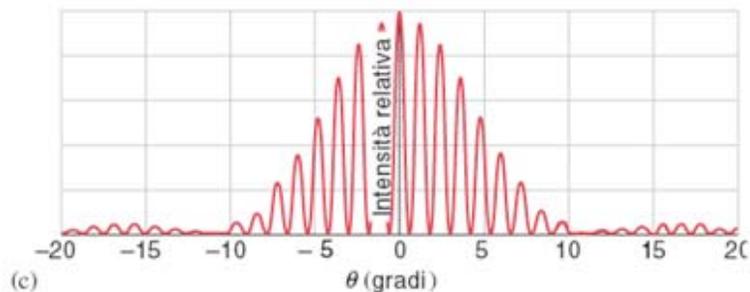
In generale, oltre all'interferenza c'e' diffrazione...



Solo interferenza
 $a \ll \lambda$



Una sola fenditura



Due fenditure con
a paragonabile a λ

La forma della curva e'

$$I = I_0 \underbrace{\left(\cos^2 \beta \right)}_{\text{interf.}} \underbrace{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2}_{\text{diff..}}$$

$$\beta \equiv \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\alpha \equiv \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

dove d e' la distanza tra le fenditure e a il loro spessore



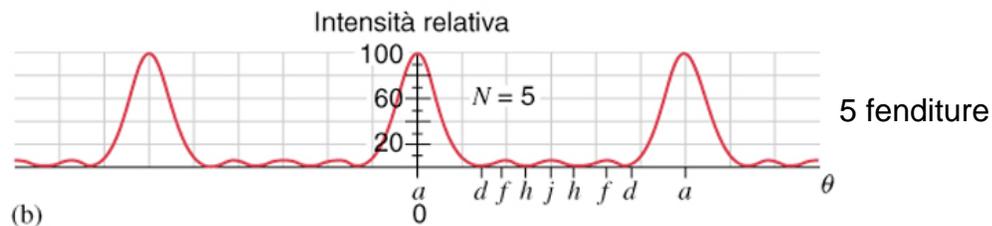
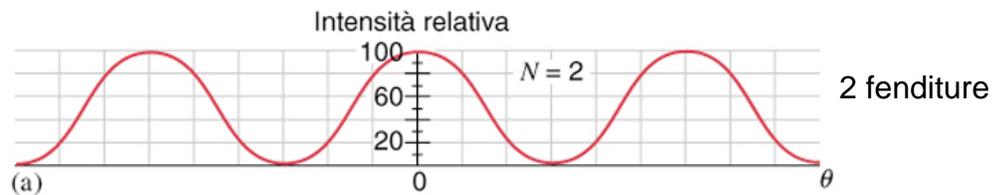
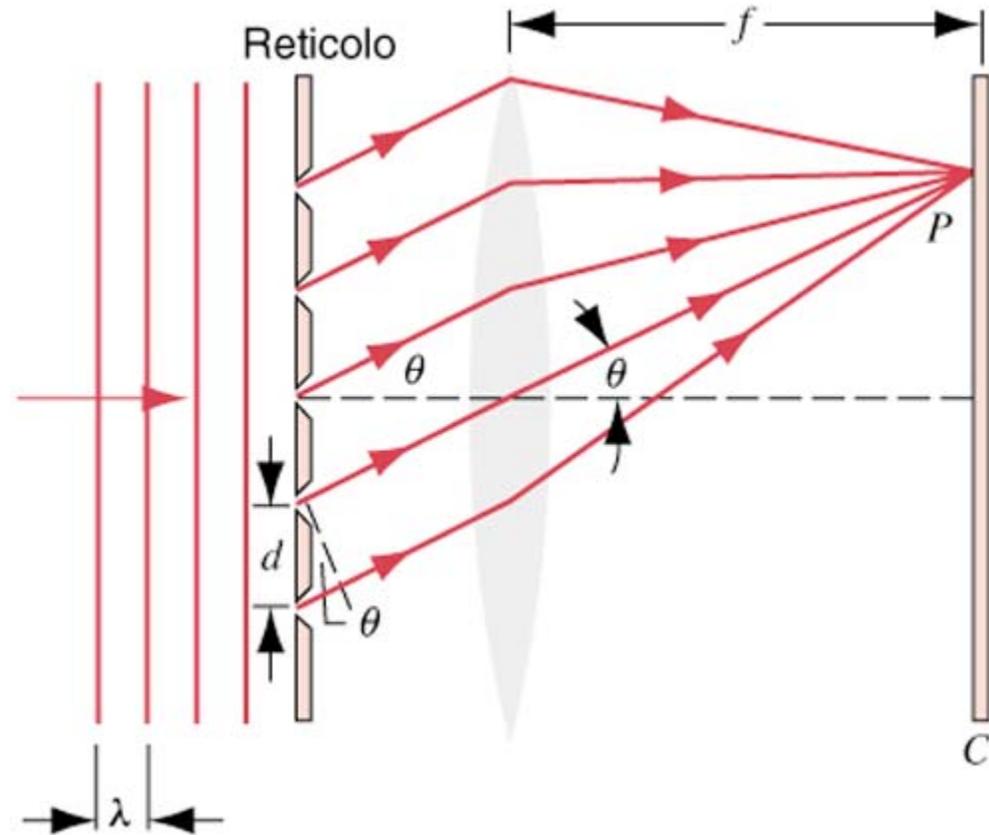
Reticoli di diffrazione

Estende l'effetto della doppia fenditura.

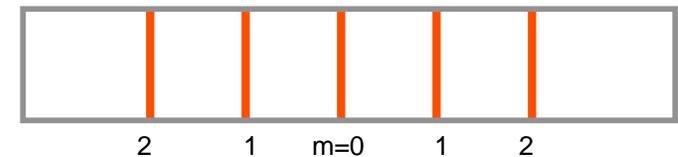
I massimi soddisfano

$$L/N \sin \theta = m \lambda$$

dove L e' la larghezza del reticolo e N il numero di fori (il principio e' uguale a quello della doppia fenditura (che corrisponde a $N=2$)).



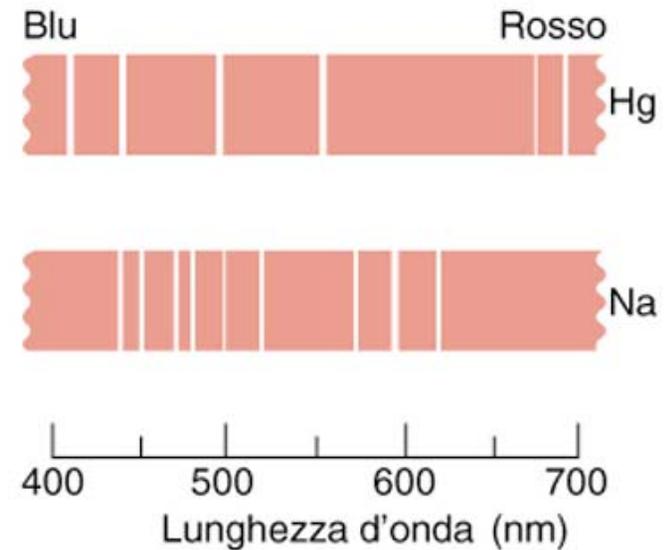
Al crescere di N si vedono righe sottili.



I reticoli di diffrazione sono usati per determinare la lunghezza d'onda di una radiazione qualsiasi (anche non monocromatica).

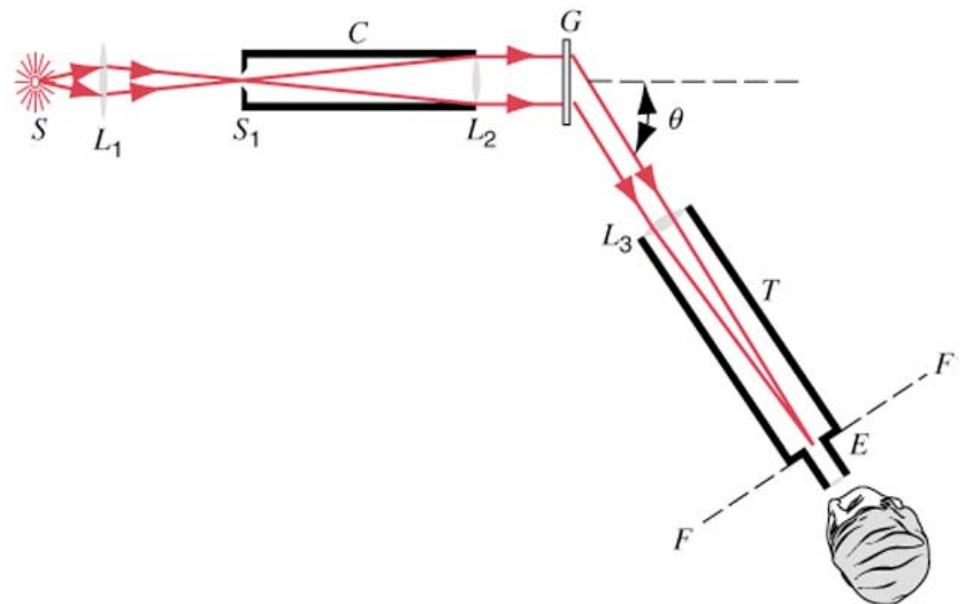
L'angolo dipende dalla lunghezza d'onda
 $L/N \sin \theta = m \lambda$

piu' grande e' N piu' riesco a risolvere differenze di lunghezza d'onda piccole ($L \sin \theta = m \lambda N$)



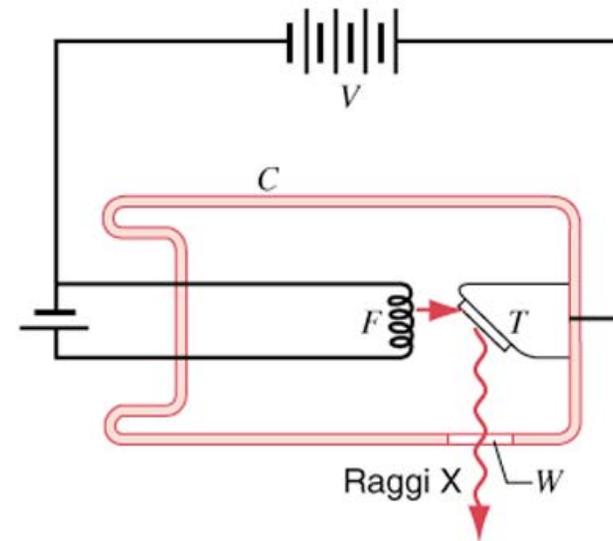
Spettroscopio

ruotando il telescopio T
permette di misurare quali
lunghezze d'onda sono presenti
e la loro intensita'



Diffrazione dei raggi X

I raggi X vengono prodotti accelerando elettroni mediante una differenza di potenziale contro un bersaglio metallico



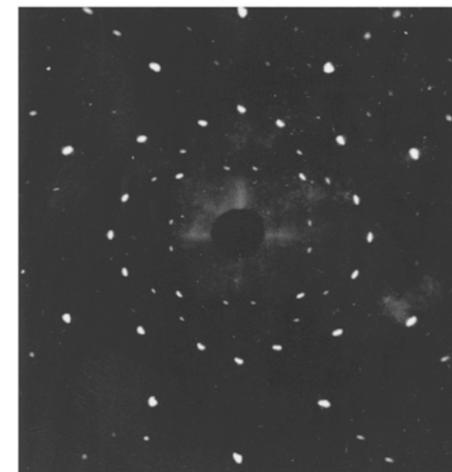
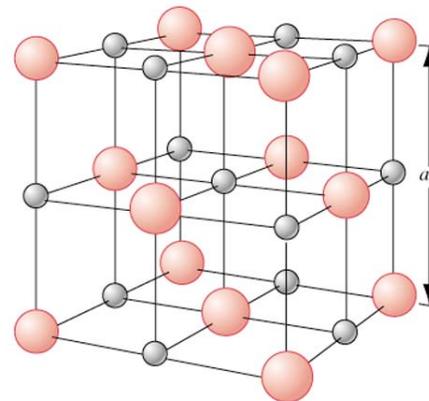
Un normale reticolo non riesce a discriminare le lunghezze d'onda dei raggi X ($\approx 1\text{\AA}$)

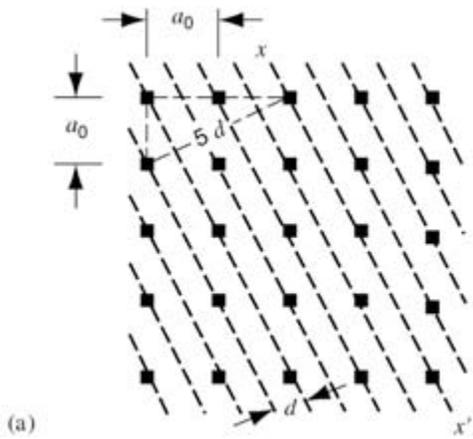
es. $d = 3\ \mu\text{m}$

$$\theta = \arcsin m \lambda / d = 0.0019^\circ$$

I reticoli dei cristalli invece hanno $d \approx \lambda$

Es. NaCl





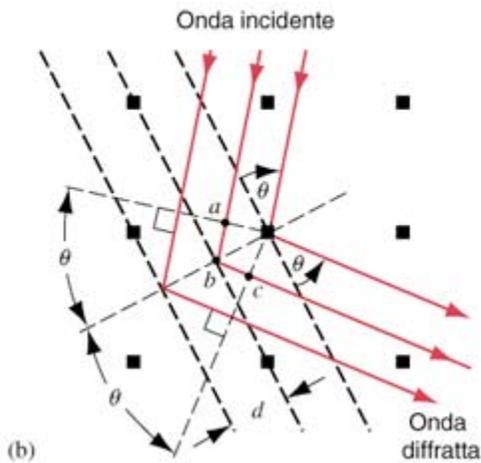
I piani determinati dagli atomi fungono da reticoli di diffrazione.

I massimi soddisfano quindi

$$2 d \sin \theta = m \lambda$$

(il 2 proviene dal fatto che sia in entrata che in uscita c'e' una differenza di cammino ottico).

Questa si chiama Legge di Bragg.



Usando un fascio di raggi X monocromatici e variando θ si puo' ricostruire la struttura di un cristallo
es. Ftalocianina

